## 基础课26 解三角形的实际应用

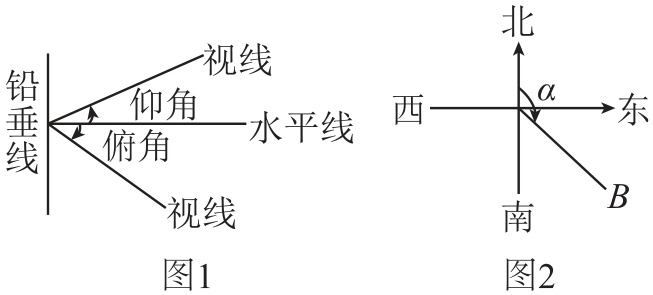
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **考点考向** | **课标要求** | **真题印证** | **考频热度** | **核心素养** |
| 解三角形的实际应用 | 理解 | 2021年全国甲卷  2021年全国乙卷 | ★☆☆ | 直观想象  数学运算 |
| 命题分析预测 | 从近几年高考的情况来看，新高考一般不单独考查解三角形的实际应用.预计2025年高考不会单独命题 | | | |

### 基础知识·诊断

#### 夯实基础

##### 一、仰角和俯角

在同一铅垂平面内的水平视线和目标视线的夹角，目标视线在水平视线上方叫仰角，目标视线在水平视线下方叫俯角（如图1）.



##### 二、方位角

从正北方向起按顺时针转到目标方向线之间的水平夹角叫作方位角.如点的方位角为 （如图2）.

##### 三、方向角

正北或正南方向线与目标方向线所成的锐角，如南偏东 ，北偏西 等.

##### 四、坡度

坡面与水平面所成的二面角的正切值.

#### 诊断自测

##### 题组1 走出误区

1. 判一判.（对的打“√”，错的打“×”）

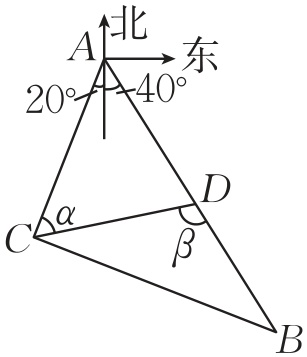
（1） 东北方向就是北偏东 的方向.( √ )

（2） 从处望处的仰角为 ，从处望处的俯角为 ，则 ， 的关系为 .( × )

（3） 俯角是铅垂线与视线所成的角，其范围为.( × )

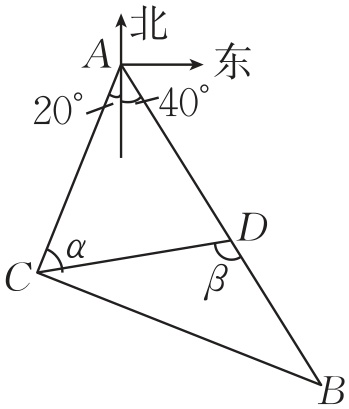
（4） 方位角与方向角其实质是一样的，均是确定观察点与目标点之间的位置关系.( √ )

2. （易错题）如图，某观测站在城的南偏西 的方向，由城出发的一条笔直的公路，走向是南偏东 ，在处测得公路上处有一人，与相距，正沿公路向城走去，走了后到达处，此时，间的距离为，则这人还要走15才能到达城.



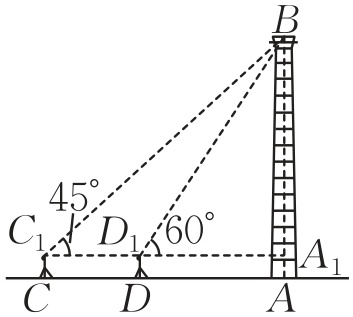
**【易错点】**本题在解时，由于先求的长，再用余弦定理求，产生了增解.

[解析]如图，令 ， ，在中，由余弦定理得 ，所以.因为，且在中，，所以，所以这个人再走就可以到达城.

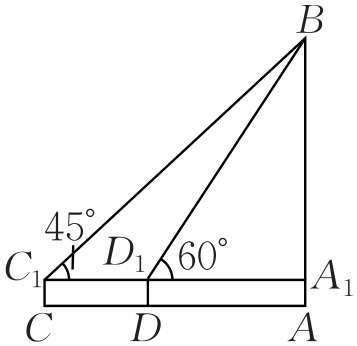


##### 题组2 走进教材

3. （人教A版必修②P50·例10改编）某工厂的烟囱如图所示，底部为，顶部为，相距20米的点，与点在同一水平线上，用高为米的测角工具在，位置测得烟囱顶部在和处的仰角分别为 ， ，其中，和在同一水平线上，在上，则烟囱的高米.

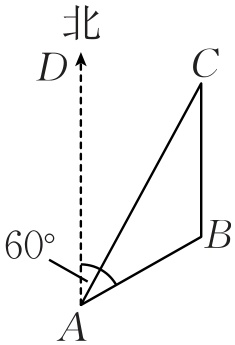


[解析]如图，在中， ，由正弦定理可得，所以，从而，故.



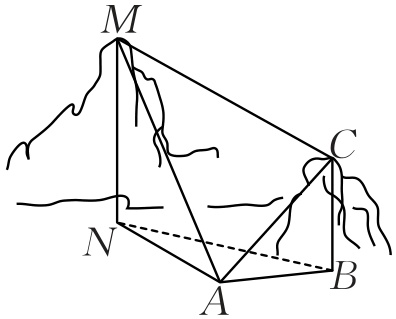
4. （人教A版必修改编）甲船在处发现乙船在北偏东 的处，乙船正以的速度向北匀速行驶.已知甲船的速度是，则甲船应沿着北偏东方向匀速前进，才能最快与乙船相遇.

[解析]如图，设经过两船在点相遇，则在中，，， ，由正弦定理得，所以.因为 ，所以 ，所以 ，即甲船应沿北偏东 的方向前进，才能最快与乙船相遇.



##### 题组3 走向高考

5. [2014·新课标Ⅰ卷]如图，为测量山高，选择和另一座山的山顶为测量观测点，从点测得点的仰角 ，点的仰角 以及 ；从点测得 .已知山高，则山高150.



[解析]在中，因为 , ,，所以，因为在中， ， ，所以 ,由正弦定理可得,即，解得,在中，.

### 考点聚焦·突破

#### 考点一 测量距离［师生共研］

典例1 为了测量隧道口,间的距离，开车从点出发，沿正西方向行驶米到达点，然后从点出发，沿正北方向行驶一段路程后到达点，再从点出发，沿东南方向行驶400米到达隧道口点处，测得,间的距离为1000米.

（1）若隧道口在点的北偏东 的方向上，求 的值.

（2）求隧道口,间的距离.

[解析]（1）在中，由正弦定理得，

即，所以，

由题可知， ，所以，即.

（2）由（1）可知，，

在中，由余弦定理得，

所以（米），故两隧道口,间的距离为1000米.



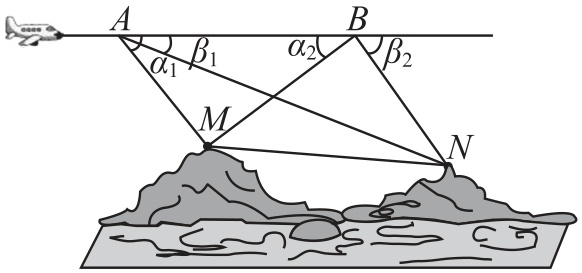
**测量距离问题的两个注意事项**

1.确定要创建的三角形，首先确定所求量所在的三角形，若其他量已知,则直接求解；若有未知量，则把未知量放在另一个确定的三角形中求解.

2.确定用正弦定理还是余弦定理，如果都可用，就选择更便于计算的定理.

##### 针对训练

[2024·湖北模拟]如图，为了测量两山顶，之间的距离，飞机沿水平方向在，两点进行测量，，，，在同一个铅垂平面内.在点测得，的俯角分别为 ， ，在点测得，的俯角分别为 ， ，同时测得.



（1） 求的长度；

[解析]在中， , ,则 ，

由正弦定理得，

所以.

（2） 求，之间的距离.

[解析]因为 ， ，

所以 , ，则 ，

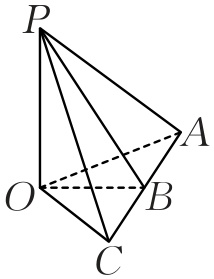
所以，，

在中，由余弦定理得，，解得.

故，之间的距离为.

#### 考点二 测量高度［师生共研］

典例2 [2024·上饶模拟]某中学研究性学习小组为测量某建筑物的高度，在和它底部位于同一水平高度的共线的三点，，处测得其顶端处的仰角分别为，，，且，如图所示，则该建筑物的高度为( B ).



A. B. C. D.

[解析]设，在中，，所以，

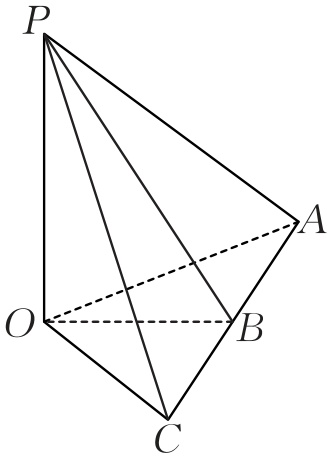
在中，，所以，

在中，，所以，

在和中，由余弦定理得，

解得或（舍去），即该建筑的高度为.

故选.





**测量高度问题的三个注意事项**

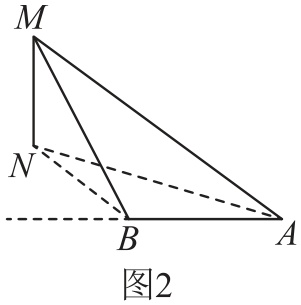
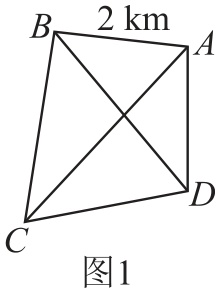
1.在处理有关高度问题时，理解仰角、俯角（它们是在铅垂面上所成的角）、方向（位）角（它是在水平面上所成的角）是关键.

2.在实际问题中，可能会遇到空间与平面（地面）同时研究的问题，这时最好画两个图形，一个空间图形，一个平面图形，这样处理起来既清楚又不容易搞错.

3.注意山或塔垂直于地面或海平面，把空间问题转化为平面问题.

##### 针对训练

[2024·常州模拟]现代传媒大厦是某市最高的标志性建筑.某学习小组要完成两个实习作业：验证某地图APP测距的正确性及测算传媒大厦的高度.如图1，在某水平路面上有两点，，其中指向正西方向，首先利用该测距功能测出的长度为，接着在选定水平路面上可直接测距的，两点，测得 , , , ，学习小组根据上述条件计算出长度，并将其与的实际长度进行比较，若误差介于之间，则认为该地图APP测距是正确的.



（1） 通过计算判断该地图APP测距是否正确.

[解析]设，在等腰中，，在中， ， ， ，

可得 ，

由正弦定理得，，解得，

在中，由余弦定理得，，

，，

， 该地图APP测距是准确的.

（2） 如图2，小组在处测得现代传媒大厦楼顶在西偏北 方向上，且仰角 ，在处测得楼顶在西偏北 方向上，通过计算得，，，若该地图APP测出的是准确的，请根据以上数据测算出传媒大厦的高度.（精确到）

[解析]在中，由正弦定理可得，,

设，，

由余弦定理可得，，

，

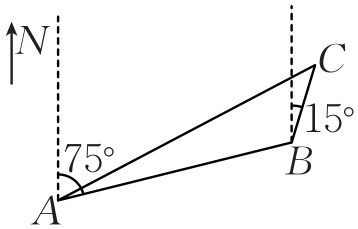
，

由，解得，，，

在中，，即传媒大厦的高度约为.

#### 考点三 测量角度［师生共研］

典例3 如图所示，遥感卫星发现海面上有三个小岛，小岛位于小岛北偏东 方向距离60海里处，小岛北偏东 方向距离海里处有一个小岛.



（1）求小岛到小岛的距离；

（2）如果有游客想直接从小岛出发到小岛，求游船航行的方向.

[解析]（1）在中，，,

，根据余弦定理得,

,

, 小岛到小岛的距离是海里.

（2）根据正弦定理得,,

,解得,

在中， ,为锐角,

, .

由 得,游船应该沿北偏东 的方向航行.



**测量角度问题的三个注意事项**

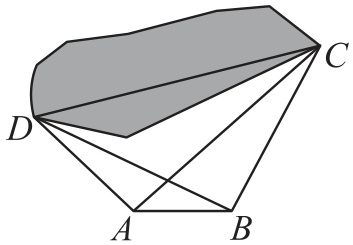
1.测量角度时，首先应明确方位角及方向角的含义；

2.求角的大小时，先在三角形中求出其正弦或余弦值；

3.在解应用题时，要根据题意画出示意图，通过这一步可将实际问题转化为可用数学方法解决的问题，解题过程中也要注意体会正、余弦定理综合使用的优点.

##### 针对训练

[2024·黔西模拟]为了测量一个不规则湖泊两端，之间的距离，如图，在东西方向上选取相距的，两点，点在点的正东方向上，且，，，四点在同一水平面上.从点处观测得点在它的东北方向上，点在它的西北方向上；从点处观测得点在它的北偏东 方向上，点在它的北偏西 方向上.



（1） 求，两点之间的距离；

[解析]由已知得 ， ，

所以 ,.

在中，由正弦定理得，.

同理，在中， ， ，所以 ，

由正弦定理得，.

则 ，

在中，，

所以.

（2） 以为观测点，求点的方向角.

[解析]如图所示，作,交于点，

由（1）知， ， ，所以 ，

即点在点的北偏东 方向上.

